Janvier 2026

Première année : mathématiques

Contrôle terminal – 2h

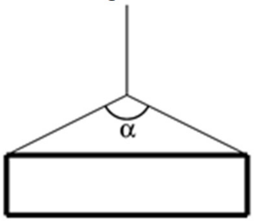
Tout document interdit ; calculatrice de la faculté autorisée

Questions de cours

Retrouver les propriétés de la base cylindrique $(\vec{e}_\rho, \vec{e}_\varphi, \vec{e}_z)$ à partir de produits scalaires.
Exprimer le produit vectoriel du vecteur $\vec{A}(A_x, A_y, A_z)$ avec $\vec{B}(B_x, B_y, B_z)$.
Calculer le produit du nombre complexe $\underline{z}$ = a + ib avec $\underline{z}'$ = a' + ib' ; expliciter les parties réelle et imaginaire.
Rappeler la formule générale qui permet l'intégration par parties.

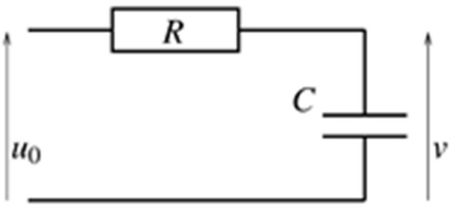
Elingage

On attache une charge de masse m = 50 kg par deux câbles reliés de manière à faire un angle α entre eux, puis on suspend le tout par un autre câble. On suppose que chaque câble, individuellement, supporte une masse de 50 kg. Le montage est-il solide ?



Nombres complexes

Un courant d'intensité i traverse le circuit suivant :



Connaissant R, C et u_0, on cherche i et v, qui sont liées par la relation $i = C\,\mathrm{d}v / \mathrm{d}t$.

1. Ecrire l'équation différentielle vérifiée par la tension $v(t)$.
2. Si u_0 est une constante U_0, déterminer v.
3. Si u_0 est sinusoïdale, donnée sous forme complexe par $\underline{u}_0(t) = Ae^{j\omega t}$, alors on admet que $v(t)$ est de la forme $Be^{j(\omega t + \varphi)}$. Donner une relation entre B, φ et R, C, A, ω.
4. Calculer φ si $RC\omega = 3$.

Dérivation

Calculer la dérivée des fonctions définies par :
$a(x) = -(2x-3)^4$; $b(t) = A\cos(\omega t + \varphi)$; $c(x) = x\ln(x+2)$; $d(x) = x/\sqrt{x^2+1}$; $e(x) = \arccos x$.